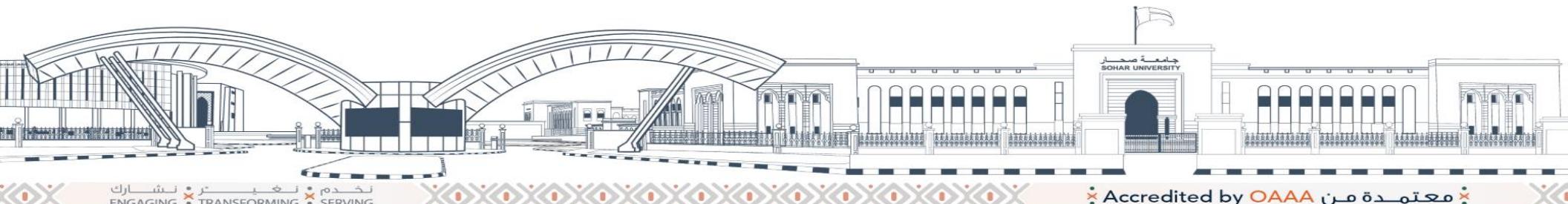


العمليات الإحصائية في البحث التربوي

د. شاهر عليان
كلية التربية والآداب

المصدر

الزهيري، حيدر. (2017). مناهج البحث التربوي. عمان: مركز ديبونو لتعليم التفكير. (الفصل 8)



نَخْرِفُ • نَتَحْمِلُ • نَشَارِكُ
ENGAGING • TRANSFORMING • SERVING

مُعْتَمَدَةٌ مِّنْ Accredited by OAAA

$$\bar{x} = \frac{34 + 32 + 42 + 37 + 35 + 40 + 36 + 40}{8}$$

$$= 37.2$$

تعد مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات) من أهم المقاييس الإحصائية التي يفكر الباحث في حسابها، بل هي أول مقاييس إحصائية يفكر فيها الباحث السياسي عموماً؛ فمقاييس النزعة المركزية ظاهرة ما تعني التعرف على القيمة التي تقع عادة عند مركز التوزيع العددي للقيم المبحوثة.

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

حيث يدل الرمز Σ على المجموع .

مثال :

فيما يأتي درجات 8 طلاب في مادة مناهج البحث التربوي:

34 32 42 37 35 40 36 40

والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الامتحان .

الوسط الحسابي المرجح أو الموزون :Weighted Arithmetic Mean

يواجه الباحث في بعض الأحيان مجموعة من المفردات تتفاوت في درجة أهميتها، لذلك فإنه يحتم على الباحث أن يعامل هذه المفردات بمعاملات ترجيح مختلفة توضح أهمية كل مفردة عن الأخرى، وهذه الطريقة تسمى الوسط الحسابي المرجح ونحصل عليه من مجموع حاصل ضرب كل مفردة في أهميتها النسبية (أوزانها) مقسوماً على مجموع الأوزان المختلفة.

الوسط الحسابي المرجح (\bar{w}) يحسب بتطبيق المعادلة التالية :

$$\text{الوزار} \rightarrow \text{موزن} \quad (\bar{w}) = \frac{\sum w}{\sum w}$$

فمثلاً لو أخذنا خمسة طلاب، وسجلنا درجات هؤلاء الطلاب في مادة مناهج البحث التربوي، وعدد الساعات في الأسبوع .

احسب الوسط الحسابي والوسط الحسابي المرجح

ت	1	2	3	4	5	sum
x (الدرجة)	23	40	36	28	46	173
w (عدد الساعات)	1	3	3	2	4	

$$\frac{23 + 120 + 108 + 56 + 184}{173} =$$

The Median الوسيط

الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية، والذي يأخذ في الاعتبار رتب القيم، وهو القيمة التي تقع في متصف القيم بعد ترتيبها (تصاعدياً أو تناظرياً)، فالوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها، فإذا كان عدد القيم فردياً فإنه توجد قيمة واحدة في المتصف (بعد الترتيب) تكون هي الوسيط. أما إذا كان عدد القيم زوجياً فإنه توجد قيمتان في المتصف جمعهما ونقسم على 2 فنحصل على قيمة الوسيط، وبديهي أننا سنحصل على النتيجة نفسها لو كان الترتيب تصاعدياً أو تناظرياً، أي أن (50%) من البيانات تساوي أو تقل عن الوسيط، و(50%) من البيانات تساوي أو تزيد عن الوسيط، ويرمز للوسيط بالرمز (Med).

الوسيط

ترتيب نهائياً

11, 12, 14 + 15, 18, 19

2

الوسيط
14.5

مثال: البيانات التالية تمثل أعمار مجموعة من الناخبين:

فما هو وسيط العمر؟

29 35 20 24 32

مثال: البيانات التالية تمثل دخول بعض الأفراد اليومية بالدولار الأمريكي في إحدى الدول.

أحسب وسيط هذه الدخول؟

15 12 18 14 19 11

مفردات لغز تكراراً

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً، ويكثر استخدامه في حالة البيانات الوصفية.

معرفة النمط (المستوى) الشائع، ويمكن حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة كما يأتي:

حساب المنوال في حالة البيانات غير المبوبة:

القسم	القيمة الأكثر تكرار	القيمة المنوالية
قسم علوم الحياة	الدرجة 77 تكررت 4 مرات	المنوال = 77 درجة
قسم الكيمياء	جميع القيم ليس لها تكرار	لا يوجد منوال
قسم الرياضيات	الدرجة 65 تكررت 3 مرات الدرجة 80 تكررت 3 مرات	يوجد منوالان هما: • المنوال الأول = 65 • المنوال الثاني = 80
قسم الفيزياء	الدرجة 69 تكررت 3 مرات الدرجة 73 تكررت 3 مرات الدرجة 85 تكررت 3 مرات	يوجد ثالث منوال هي: • المنوال الأول = 69 • المنوال الثاني = 73 • المنوال الثالث = 85

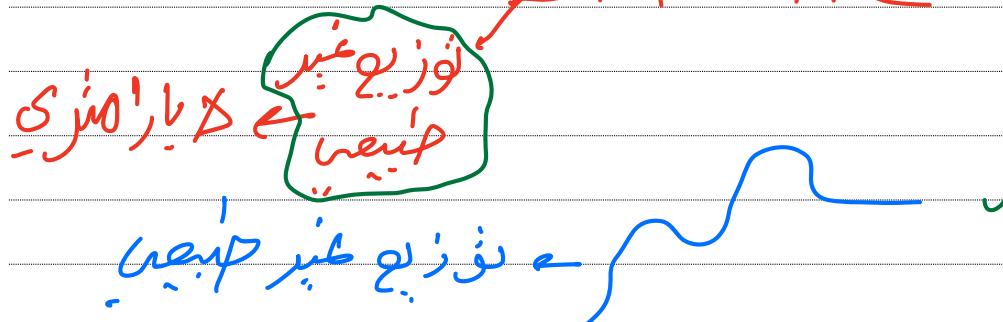
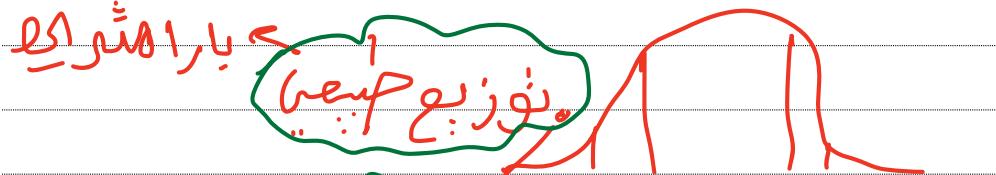
المنوال (Mod) = القيمة (المستوى) الأكثر تكراراً

مثال: اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض أقسام كلية التربية، وتم رصد درجات هؤلاء الطلبة في مادة القياس والتقويم، وكانت النتائج كالتالي:

قسم علوم الحياة	80	77	75	77	77	77	65	70	58	67
قسم الكيمياء	88	68	60	75	93	65	77	85	95	90
قسم الرياضيات	80	65	69	80	65	88	76	65	86	80
قسم الفيزياء	85	73	69	85	73	69	69	73	72	85

والمطلوب حساب منوال الدرجات لكل قسم من الأقسام:

احصاء

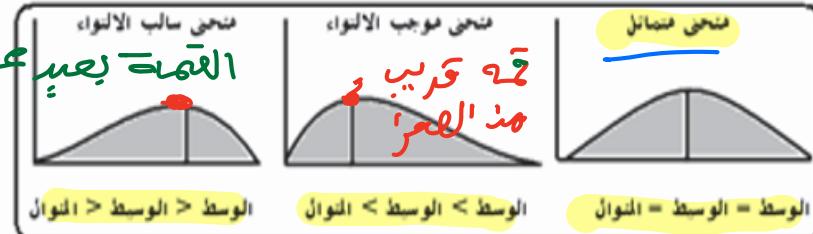


استخدام مقاييس النزعة المركزية في تحديد شكل توزيع البيانات

يمكن استخدام الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في وصف المنحنى التكراري، والذي يعبر عن

شكل توزيع البيانات ، كما يأتي:

القائمة يعيد عذر للفقر



متعادل

يكون المنحنى متماثل إذا كان: الوسط = الوسيط = المنوال .

يكون المنحنى موجب الاتوء (ملتوى جهة اليمين) إذا كان: الوسط > الوسيط > المنوال.

يكون المنحنى سالب الاتوء (ملتوى جهة اليسار) إذا كان: الوسط < الوسيط < المنوال.

مُحْوِّل القيمة = الوسط الحسابي

٩

$$121.1 =$$

مثال: قام مدير مراقبة الإنتاج بسحب عينة من 10 عبوات من المياه المعبأة للشرب، ذات الحجم 5 لتر، والمنتجة بواسطة إحدى شركات تعبئة المياه لفحص كمية الأملاح الذائبة، وكانت كالتالي: 115، 121، 123، 121، 119، 123، 123، 123، 124، 119.

121 123 121 123 119 124 123 119

جد حساب الوسط الحسابي، والواسط، والمنوال، ثم حدد شكل الاتوء لهذه البيانات.

الواسط

$$\text{الواسط} = \frac{115 + 119 + 119 + 121 + 121 + 123 + 123 + 123 + 123 + 124}{10} = 122$$

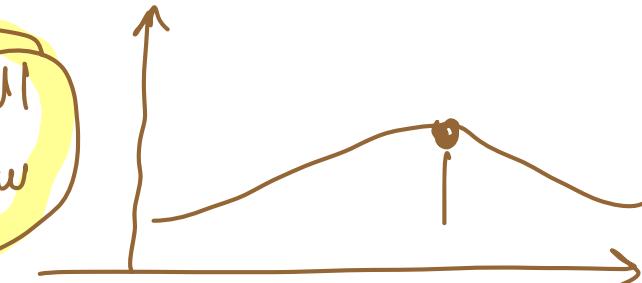
$$= \frac{121 + 123}{2} = 122$$

المنوال = 123

عدد الفئارات = 4

الواسط > المنوال

النوع
سالم



* لما يقول ناقش اهتماليّة البيانات؟

لحدّر إذا كان المُؤاء سالب أو موجّي

**ولا زرم لخلع الوسيط والمنوال
والمتوسط.**

التشتت Dispersion هو مدى الاقتراب أو الابتعاد للمفردات حول وسطها الحسابي، فإذا كانت البيانات مركزة حول الوسط الحسابي فإن التشتت يكون صغيراً، أما إذا كانت البيانات مبعثرة بعيداً عن الوسط يكون التشتت كبيراً، إذن التشتت يمقاييسه مدى تجانس لمجموعات.(المغربي, 2007, ص 321).

مقاييس التشتت هي مقاييس عدديّة تستخدم لقياس اختلاف أو تشتت البيانات؛ والاختلاف أو التشتت لمجموعة من البيانات هو مقدار تفرق أو تباعد أو انتشار البيانات فيما بينها، فتشتت البيانات يكون صغيراً إذا كانت البيانات متقاربة فيما بينها والعكس، وأما البيانات المتتساوية فلا اختلاف ولا تشتت فيها، ومقاييس التشتت تستخدم لوصف مجموعة البيانات وكذلك مقارنة مجموعات البيانات المختلفة إذ أن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي وحدها لوصف مجموعة البيانات أو مقارنة مجموعات البيانات المختلفة، ومن أشهر مقاييس التشتت هي:

-1 المدى Range

-2 نصف المدى الربيعي .Semi- Inter-Quartile Range

-3 التباين Variance

-4 الانحراف المعياري .Standard Deviation

-5 معامل الاختلاف (أو التغيير) .Coefficient of Variation

-6 الدرجات المعيارية .Standard Units

-7 الخطأ المعياري .Standard Error

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

المدى

$$= 55 - 25$$

$$= 30$$

مقياس لمدى ابعاد الدرجات
عن المتوسط الحسابي

المدى

يعد المدى من أسهل مقاييس التشتت تعريفاً وحساباً ويعطينا فكرة سريعة عن مدى تفرق البيانات، ويعرف المدى لمجموعة من البيانات بالصيغة الآتية:

$$\text{Range} = X_{\max} - X_{\min}$$

حيث أن:

X_{\max} = أكبر قيمة (لبيانات المفردة) = مركز الفترة العليا (لبيانات المبوبة)

X_{\min} = أصغر قيمة (لبيانات المفردة) = مركز الفترة الدنيا (لبيانات المبوبة)

مثال: أوجد المدى للمشاهدات الآتية التي هي عبارة عن أوزان (بالكيلوجرام) مجموعة مكونة من

سبعة أشخاص: 50 , 55 , 35 , 45 , 40 , 30 , 25

فرق

انحراف المتوسط MD

هو أحد مقاييس التشتت، ويعبر عنه متوسط الانحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي.

فإذا كانت x_1, x_2, \dots, x_n هي القراءات التي تم أخذها عن ظاهرة معينة، وكان

($MD = \bar{x} = \sum x/n$) عبارة عن الوسط الحسابي لهذه القراءات، فإن الانحراف المتوسط (MD) يحسب

بتطبيق المعادلة الآتية:

$$M.D. = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

والسبب فيأخذ القيم المطلقة للانحرافات هو أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر، وهذه الصيغة تستخدم في حالة البيانات غير المبوبة.

أما في حالة البيانات المبوبة يعطي الانحراف المتوسط من خلال المعادلة الآتية:

~~$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$~~

مثال: أوجد الانحراف المتوسط لأعمار مجموعة الطلاب

X	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $
5	-0.9	0.9
0	-5.9	5.9
9	3.1	3.1
8	2.1	2.1
7	1.1	1.1
7	1.1	1.1
5	-0.9	0.9
6	0.1	0.1
$\leq x - \bar{x} = 15.2$		
$\bar{x} = 5.87$		
$= 5.9$		
$M.D. = \frac{\sum x - \bar{x} }{n} = \frac{15.2}{8} = 1.9$		

الانحراف المعياري Standard Deviation

من الصعب التعامل رياضياً (تحليلياً) مع الانحراف المتوسط، لذلك دعت الحاجة إلى استخدام مقياس للتشتت بنفس قوة الانحراف المتوسط، ولكي يكون من السهل التعامل معه تحليلياً، وبما أن الفكرة هي التخلص من الإشارات للانحرافات فإن تربع الانحراف يخلصنا من الإشارة، ولهذا فإن الانحراف المعياري يعرف عن طريق التباین الذي يعرف على أنه متوسط مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز له بالرمز (σ) للمجتمع، وبالرمز (σ^2) للعينات؛ والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، ونرمز له بالرمز (σ) للمجتمع، وبالرمز (σ^2) للعينة،

في حالة العينة التي حجمها (n) المأخوذة من المجتمع فإن الانحراف المعياري في هذه الحالة يرمز له بالرمز (S) والتباعين (S^2) ويعرف بقسمة مجموع مربعات الانحرافات على ($1-n$) ويكتب كما ي يأتي:

$$\text{النیان} \quad \underline{s^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
5	$5 - 7 = -2$	4
6	-1	1
7	0	0
9	2	4
8	1	1
$\bar{x} = 7$		10

مثال: أحسب الانحراف المعياري لأعمار مجموعة من الطلاب في المرحلة الابتدائية 8,9,7,6,5

النهاين = $\sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10}{5-1}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = 2.5$

انحراف معياري = $\sqrt{2.5} = 1.58$

تعد الدرجات المعيارية من أهم مقاييس التشتت النسبي، والدرجة المعيارية تعبر عن بعد الدرجة الخام عن المتوسط الحسابي للمجموعة بدلالة وحدات الانحراف المعياري.

وفي كثير من الأحيان نحتاج إلى مقارنة مفردتين من مجموعتين مختلفتين، وفي هذه الحالة يجب تحويل وحدات كل مفردة إلى وحدات قياسية حتى تكون المقارنة ذات معنى وذلك باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة.

لتكن x_1, x_2, \dots, x_n عينة من البيانات حجمها n ومتوسطها \bar{x} وانحرافها المعياري s ، ونعرف الدرجة

$$\text{المعيارية للمادة بالصيغة الآتية: } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

الوسط الحسابي العامل
الانحراف المعياري

مثال: إذا كانت درجة أحد الطالب في مادة الإحصاء تساوي (82)، ودرجهه في مادة الرياضيات تساوي (89)، وإذا كان متوسط درجات الطالب في مادة الإحصاء تساوي (75) بانحراف معياري يساوي (10) ومتوسط درجات الطالب في مادة الرياضيات يساوي (81) بانحراف معياري يساوي (16)، ففي أي المادتين كان أداء الطالب أفضل؟.

أداء الطالب في الإحصاء حاصل منه الراهن

$$\text{احصاء} = 82 \rightarrow \bar{x} = 75, s = 10$$

$$\text{رياحياء} = 89 \rightarrow \bar{x} = 81, s = 16$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{82 - 75}{10} = +0.7$$

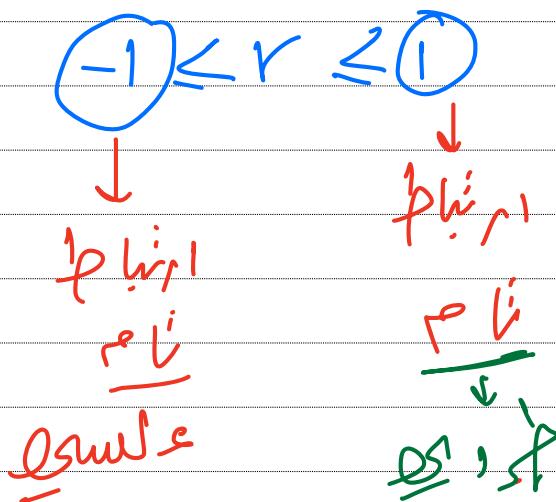
درجة الطالب
متوسطه 75
انحرافه 10

خواص المعايرة

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{89 - 81}{16} = +0.5$$

درجة الطالب
متوسطه 81
انحرافه 16

معامل الارتباط



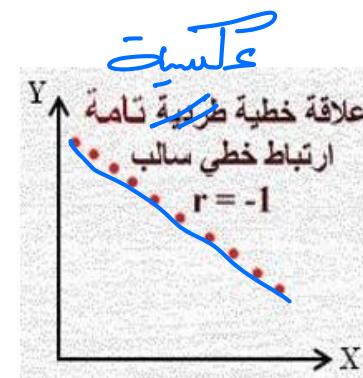
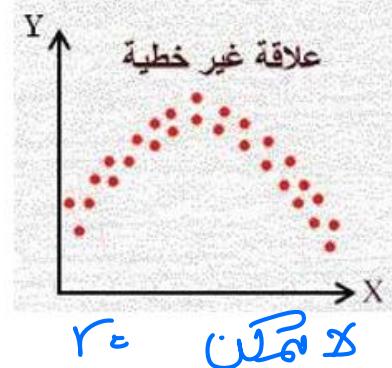
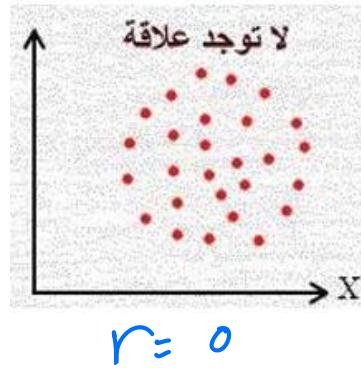
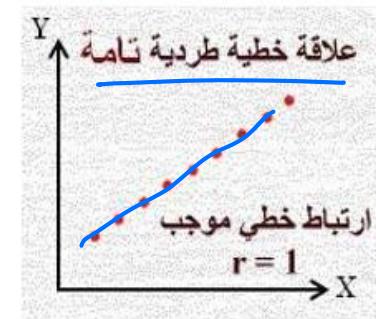
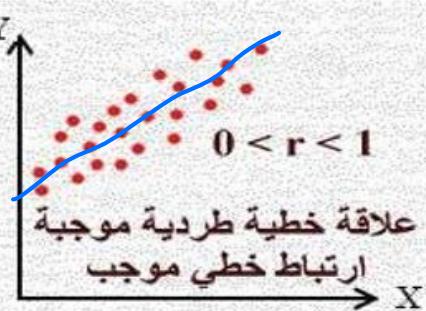
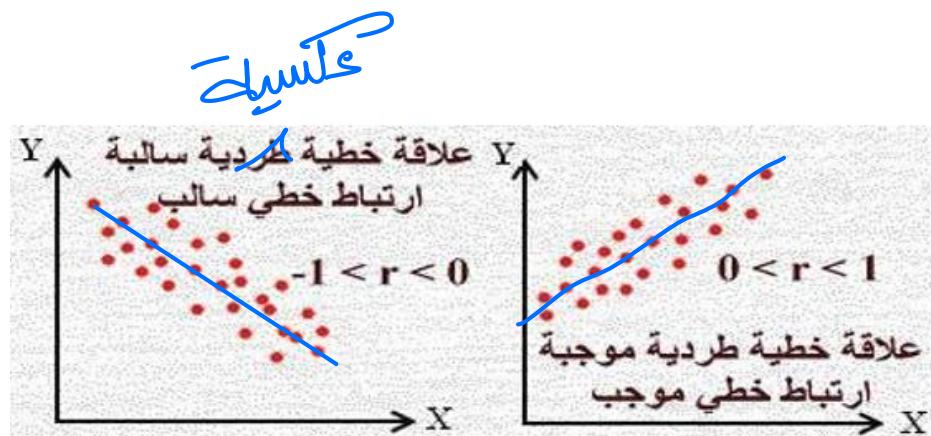
هو معامل رقمي يوضح الارتباط بين ظاهرتين أو عدة متغيرات، وكثيراً ما نجد أنفسنا في حاجة لدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر وتحديد مقدار العلاقة بين المتغيرات، فكلما كانت القيمة العددية لمعاملات الارتباط عالية كلما كانت العلاقات قوية ويكون الناتج قريباً من الواحد الصحيح، ليس ذلك فحسب بل إن معامل الارتباط يرهن عن اتجاه تلك العلاقة التي قد تكون موجبة فكلما زاد الذكاء زاد التحصيل، وكلما ارتفعت الحرارة تعدد الحديد، وإنما أن تكون العلاقة سالبة حيث يرافق زيادة أحد المتغيرين نقصان في المتغير الآخر فكلما زادت الحرارة ذاب الجليد، وكلما زاد الوعي البيئي قل تلوث البيئة وعندما يكون معامل الارتباط بين متغيرين صفرأً فإن ذلك دليل على عدم وجود علاقة أو ارتباط بين المتغيرين كالعلاقة بين مهارات القراءة والطول في النمو الإنساني.

أهداف دراسة الارتباط:

- 1- توضيح العلاقة بين المتغيرين كالعلاقة بين ساعات الاستذكار والمجموع الكلي للدرجات.
- 2- إمكان تقدير أحد المتغيرين إذا ما عرف المتغير الثاني.
- 3- التحكم أو توقع احتمال الظاهرة أو المتغير.
- 4- معرفة أسباب وجود العلاقة الارتباطية فقد يكون تغير الظاهرة راجع لتغير ظاهرة أخرى.

شكل الانتشار Scatter Diagram

هو تمثيل قيم الظاهرتين بيانيًّا على المحورين



قيم معاملات الارتباط وتفسيرها

قيمة معامل الارتباط	تفسير العلاقة
+1	علاقة طردية تامة
من (+ 0.60) إلى (+ 0.99)	ارتباط طردي قوي
من (+ 0.40) إلى (+ 0.59)	ارتباط طردي متوسط
من (+ 0.01) إلى (+ 0.39)	ارتباط طردي ضعيف
صفر	عدم وجود ارتباط
من (- 0.39) إلى (- 0.01)	ضعيفة عكسية
من (- 0.59) إلى (- 0.40)	متوسطة عكسية
من (- 0.99) إلى (- 0.60)	قوية عكسية
-1	ارتباط عكسي تام

• $r = 0.72$

ارتباط طردي قوي

• $r = -0.39$

ارتباط علنيت ضعيف

• $r = -0.72$

ارتباط علنيت قوي

ويجدر الإشارة إلى أنه في العلوم الإنسانية يصعب إيجاد علاقة تامة بين المتغيرات وذلك لأن معظم المتغيرات لها علاقة بخصائص إنسانية يصعب ضبطها أو عزلها، وهذه الخصائص فيها تداخل وارتباط كبير مع تلك المتغيرات.

معامل ارتباط بيرسون

x	y	xy	x^2	y^2
$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$

Pearson Product Moment Correlation Coefficient (r)

يستخدم معامل ارتباط بيرسون لحساب قيمة معامل الارتباط عندما يكون المتغيرات المراد قياس الارتباط بينهما متغيرات مستقلة أو مستمرة، ويشرط تساوي عدد حالات كل من المتغيرين.

ولحساب قيمة معامل ارتباط بيرسون r نستخدم القانون الآتي:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sqrt{(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n})(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n})}}$$

ويكون معامل الارتباط (r) الخصائص الآتية:

- قيمته تساوي صفرًا عندما تكون الظاهرتان مستقلتان تماماً.
- قيمته مقدار موجب عندما يكون الارتباط بين المتغيرين طردياً، ويكون قوياً عندما يكون المقدار الموجب قريباً من الواحد الصحيح، وضعيفاً عندما يكون المقدار الموجب قريباً من الصفر.
- قيمته مقدار سالب عندما يكون الارتباط بين المتغيرين عكسيأً، ويكون قوياً عندما يكون المقدار

$$r = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sqrt{(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n})(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n})}}$$

$$= \frac{1322 - \frac{(102)(97)}{8}}{\sqrt{(1398 - \frac{(102)^2}{8})(1265 - \frac{(97)^2}{8})}}$$

$$= \frac{1322 - 1236.8}{\sqrt{(1398 - 1300.5)(1265 - 1176.1)}}$$

$$r = \frac{85.2}{\sqrt{(97.5)(8.9)}} = \frac{85.2}{\sqrt{8607.7}} = \frac{85.2}{93.1}$$

رسالة طيبة من دكتور شاهر العayan

$r = 0.9$

مثال: الجدول الآتي يوضح درجات مجموعية مكونة من ثمانية طلاب في كل من مادتي الإحصاء والرياضيات في إحدى الامتحانات، هل هناك علاقة بين تحصيل الطالب في المادتين؟.

الإحصاء X	13	9	19	15	11	8	16	11
الرياضيات Y	15	7	17	15	10	9	14	10

x	y	xy	x^2	y^2
13	15	195	169	225
9	7	63	81	49
19	17	323	361	289
15	15	225	225	225
11	10	110	121	100
8	9	72	64	81
16	14	224	256	196
11	10	110	121	100
102	97	1322	1398	1265

معامل ارتباط الرتب (سبيerman) (r_s)

معامل الارتباط الخطى لبيرسون الذى سبق الحديث عنه يقياس مقدار قوة الارتباط بين متغيرين وذلك في حالة البيانات الكمية، لكن في بعض الأحيان يكون مطلوب إيجاد قوة الارتباط بين متغيرين على صورة بيانات وصفية يمكن وضعها في صورة ترتيبية، مثل على هذا تقديرات الطلاب في مادتين مختلفتين، فيكون من الصعب حساب معامل ارتباط بيرسون، لذلك نشأت الحاجة إلى إيجاد مقياس يعطي قوة الارتباط للبيانات الوصفية؛ وهذا المقياس هو ما يسمى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان، وهو يعطي مقاييساً لارتباط في كل من البيانات الكمية والوصفية التي لها صفة الترتيب مثل تقديرات الطلاب، فإنه يمكن إعطاء رتب لها من حيث كبر التقدير وصغره وكذلك البيانات الكمية.

ونلاحظ أن رتب المتغيرين (X, Y) تزيد وتنقص حسب زيادة ونقص كل من قيم المتغيرين (X, Y)، لذلك فإن حساب معامل الارتباط للرتب يقترب كثيراً من معامل ارتباط بيرسون، ولكن يمتاز عنه في السهولة والدقة لاسيما عندما تكون أزواج القيم أقل من 15.

يعطى معامل ارتباط الرتب بالعلاقة الآتية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث r_s معامل ارتباط الرتب لسبيرمان، n مثل عدد أزواج القيم (X, Y) ، d هي الفرق بين رتب أزواج القيم (X, Y) .

مثال: أوجد معامل ارتباط الرتب لتقديرات الطلاب في كل من مادتي الإحصاء والرياضيات كما موضح بالجدول الآتي:

الرياضيات X	A	C	C	C	B	D
الإحصاء Y	B	B	D	C	A	E

مثال: البيانات الآتية تمثل إجابات عينة من سبعة أشخاص حول برنامج الضمان الاجتماعي، ومدى ملائمتها لحاجات الناس:

السؤال الأول	جيده	مقبولة	جيده جداً	جيده	ممتنازة	مقبولة	جيده	جيده جداً	السؤال الثاني
المطلوب حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين هذين السؤالين ؟	جيده	جيده	جيده جداً	جيده	جيده جداً	جيده	جيده جداً	جيده جداً	جيده جداً

لحسن استماعكم ومتتابعكم
شكراً